

Rachunek prawdopodobieństwa

Zagadnienia na egzamin 02.02.2012

1. Rodzina zdarzeń probabilizowalnych: definicja i własności ciała oraz σ -ciała, σ -ciało zbiorów borelowskich
2. Prawdopodobieństwo: aksjomatyczna definicja Kołmogorowa, podstawowe własności.
3. Wybrane modele zjawisk losowych: charakteryzacja rozkładów dyskretnych, prawdopodobieństwo geometryczne - definicja i własności miary Lebesgue'a
4. Prawdopodobieństwo warunkowe: podstawowe własności, wzór łańcuchowy, wzór na prawdopodobieństwo całkowite oraz wzór Bayesa
5. Niezależność zdarzeń: niezależność pary oraz ciągu zdarzeń i ich własności.
6. Schemat Bernoulliego: rozkład ilości sukcesów w schemacie skończonym, Twierdzenie Poissona, nieskończony ciąg prób Bernoulliego jako prawdopodobieństwo geometryczne na $[0, 1]$.
7. Dyskretne zmienne losowe: definicja, rozkład, dystrybuanta i jej własności.
8. Wartość oczekiwana dyskretnej zmiennej losowej.
9. Zmienne losowe ogólne: charakteryzacje, rozkład, dystrybuanta i jej własności.
10. Zmienne losowe o rozkładzie osobliwym: zbiór punktów wzrostu dystrybuanty, definicja rozkładu osobliwego, diabelskie schody Cantora.
11. Zmienne losowe o rozkładzie ciągłym: własności gęstości rozkładu prawdopodobieństwa, przykłady, opis rozkładu wykładniczego.
12. Różne rodzaje zbieżności zmiennych losowych: zbieżność jednostajna, punktowa, prawie wszędzie, według prawdopodobieństwa, według rozkładu oraz relacje między nimi (m. in. wędrujący garb).
13. Wartość oczekiwana: wzory wyrażające wartość oczekiwaną zmiennej losowej i funkcji od zmiennej losowej, podstawowe własności wartości średniej.
14. Wariancja: definicja i podstawowe własności, nierówność Czebyszewa i Czebyszewa-Bienayme.
15. Momenty wyższych rzędów: przestrzenie L^p i relacje między nimi, nierówność Cauchy-Buniakowskiego-Schwarza
16. Kowariancja i współczynnik korelacji: kowariancja i jej własności, współczynnik korelacji.
17. Niezależność zmiennych losowych: charakteryzacje dla dyskretnych zmiennych losowych i implikacje.
18. Prawa wielkich liczb: nierówność Czebyszewa, słabe prawo wielkich liczb (Twierdzenia Chinczyna i Bernoulliego), nierówność Bernsteina i mocne prawo wielkich liczb Bernoulliego,
19. Mocne prawo wielkich liczb Kołmogorowa i jego konsekwencje: częstościowa interpretacja prawdopodobieństwa, zasadnicze twierdzenie statystyki matematycznej.
20. Twierdzenia graniczne: Twierdzenie Poissona jako prawo małych liczb, centralne twierdzenia graniczne